西 北 师 范 大 学

试题附在试题袋内交回

2013年攻读硕士学位研究生入学考试试题(B)

专业名称：数学　　研究方向：

考试科目：数学分析 620　　考试日期：　月　日　午

（答案一律做在答题纸上，做在试题上无效）（试题共 2 页）

1.(15 分) 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)^n$.

2. (15 分) 设积分区域

$$D: x>0, y>0, y\le x^2\le 2y, x\le y^2\le 2x,$$

求二重积分 $I=\iint\limits_D xy\,dxdy$.

3.(15 分) 求曲面积分

$$I=\iint\limits_S xz^2dydz+yx^2dzdx+zy^2dxdy,$$

其中 S 为椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的外侧.

4. (15 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n2^n}x^{n-1}$ 的收敛域，并求其和函数.

5.(15 分) 设 $0<x_1<1$ 且 $x_{n+1}=x_n(1-x_n)$ $(n=1,2,\cdots)$，证明：

$$\lim_{n\to\infty}nx_n=1.$$

6. (15 分) 设 $\varphi(0)=0$，且 $x\ge 0$ 时 $\varphi(x)$ 连续，严格单调递增，$\psi(x)$ 为其反函数，则

$$ab\le\int_0^a\varphi(x)dx+\int_0^b\psi(x)dx,\quad a,\ b\ge 0,$$

其中等号成立的充分必要条件是 $\varphi(a)=b$.

158

7. (15 分) 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$a<c<d<b$，证明：对任意正数 p 和 q，至少存在一点 $\xi\in[c,d]$，使得

$$pf(c)+qf(d)=(p+q)f(\xi).$$

8. (15 分) 证明：若 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛，且 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上一致连续，则

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0.$$

9. (15 分) 证明：若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可微，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$.

10. (15 分) 证明函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续且可偏导，但在该点不可微.

159